

功的发展、定义及计算

一、功的发展简史

古埃及和希腊的工程师通过杠杆、滑轮等简单机械发现，施加较小的力，通过长距离移动可完成重物提升（如阿基米德名言“给我一个支点，我将撬动地球”）。这种“力与位移的权衡”隐含了功的雏形，但未形成量化概念。

伽利略通过斜面实验发现，将物体提升至同一高度时，沿斜面所需的力与斜面长度成反比，即 $F \cdot s = mgh$ （力×位移=重力势能变化）。这一关系暗含了机械功的守恒性，但未明确“功”的独立概念。

牛顿在《自然哲学的数学原理》（1687年）中提出力的概念，并通过第二定律 $F = ma$ 将力与加速度关联，但未直接讨论力在空间上的累积效应。其关注点集中于动量（ mv ）而非能量转化。

莱布尼茨提出“活力”（ mv^2 ）作为运动的量度，认为物体下落时重力做功转化为活力。尽管其观点被牛顿学派质疑，但首次将力与运动能量的积累联系起来，成为功与动能关联的思想源头。

18世纪工业革命中，蒸汽机效率问题促使工程师量化“有用功”。例如，瓦特改进蒸汽机时需计算燃煤产生的热与机械输出的比例，促使功的概念从定性描述转向定量分析。

法国工程师古斯塔夫-加斯帕·科里奥利在《力学计算》中首次明确定义功为力与位移的乘积 $W = F \cdot s$ ，并提出单位“公斤力·米”（现代国际单位制中为焦耳）。他将功与机械能变化直接关联，为能量守恒奠定数学基础。

二、功的定义

功（Work） 是力与作用点在力的方向上发生的位移的乘积，数学表达式为：

$$W = F \cdot s \cdot \cos \theta$$

- F : 力的大小（单位：牛，N）
- s : 力的作用点的位移大小（单位：米，m）
- θ : 力与位移方向之间的夹角
- 与物体的运动状态、物体是否受其它力无关
- 单位: 焦耳 (J), $1J = 1N \cdot m$

关键理解:

- 功是标量，只有大小和正负，无方向。
- 正功 ($W > 0$)**: 力促进物体运动（如拉力拉动物体前进）。
- 负功 ($W < 0$)**: 力阻碍物体运动，也可说是物体克服力做了正功。
- 零功 ($W = 0$)**: 当力与位移垂直（ $\theta = 90^\circ$ ）或物体无位移（ $s = 0$ ）。

- 比较功的大小要看绝对值，正负只是代表一种能量流动的方向，是从 A 流向 B，还是从 B 流向 A，这种方向是抽象的方向。
- 一个力做了功，意味着能量在发生转化或转移，可以通过分析能量的增加或减少，得出能量转化或转移的指向。比如运动员举起杠铃的过程，运动员的推力对杠铃做了正功，杠铃的重力势能增加，运动员需要用力，消耗了体内储存的能量，能量从运动员转移到杠铃上。

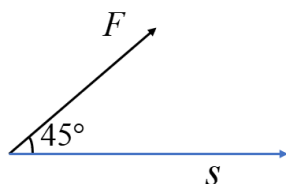
三、理解要点

1. 力的方向与位移方向的关系

- $\theta = 0^\circ$: 力与位移同向，功最大 ($W = F \cdot s$)。
- $\theta = 180^\circ$: 力与位移反向，功为负 (如阻力做功)。
- $\theta = 90^\circ$: 力对物体不做功 (如向心力在匀速圆周运动中做功为零)。

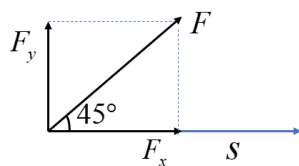
当夹角为一般角度时，一般有三个思路：

【例】如图，力 F 与位移 s 的夹角为 45° ，求该力所做的功。



思路一：直接套公式有 $W = F \cdot s \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} Fs$

思路二：把力分解到沿位移方向的 F_x 和垂直位移方向的 F_y

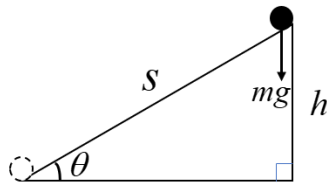


$$\text{则有： } W_F = W_{F_x} + W_{F_y} = F \cos 45^\circ \cdot s + 0 = \frac{\sqrt{2}}{2} Fs$$

思路三：把位移分解到沿力的方向的 $s_{\parallel}$ 和垂直力的方向的 $s_{\perp}$ (不常用)，则

$$W_F = F \cdot s_{\parallel} + F \cdot s_{\perp} \cdot \cos 90^\circ = F \cdot s \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} Fs$$

【例】小球沿斜面下滑到底端，求重力做的功。



方法一：如果直接套用公式： $W_G = mg \cdot s \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = mgs \cdot \sin \theta = mgh$

注：公式中的每一项都要考虑实际题目中的具体表象，比如公式中的 F 具体为 mg ，而公式中的

θ 具体应为 $\frac{\pi}{2} - \theta$ ，因此不建议在解题时写原始公式，而是直接带入题目中的物理量。

方法二：按照功的定义，力乘以力的方向上通过的位移： $W_G = mgh$

2. 合力做功的计算

若物体受多个力作用，总功为各力做功的代数和：

$$W_{\text{总}} = W_1 + W_2 + \cdots + W_n$$

式子中的每个功根据具体情况计算，自带正负。

3. 变力做功的处理

若力随位移变化（如弹簧弹力 $F=kx$ ），需用微元法或图像法计算（面积法）。

四、练习

1. 下列说法中正确的是（ ）

- A. 如果合外力不做功，物体一定做匀速直线运动
- B. 功是标量，合力做的功等于各分力做的功的代数和，功的正、负表示外力对物体做正功或是物体克服外力做功
- C. 如果作用力做正功，反作用力一定做负功
- D. 人托着一个物体沿水平方向匀速前进，人对物体做了功

【答案】 B

2. 下列关于功的正、负的说法正确的是（ ）

- A. 功的正、负表示功的大小，负功一定比正功小
- B. 因为功有正功和负功，所以功是矢量
- C. 功的负号表示功的方向与力的方向相反
- D. 功的正、负只表示动力做功还是阻力做功

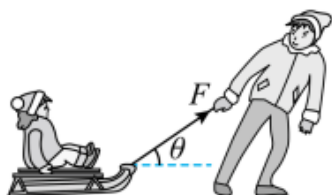
【答案】 D

3. 关于功的概念，下列说法正确的是（ ）

- A. 物体受力越大，力对物体做功越多
- B. 合力的功等于各分力功的矢量和
- C. 摩擦力可以对物体做正功
- D. 功有正、负，正、负表示功的方向

【答案】 C

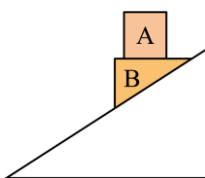
4. 如图所示, 一儿童坐在雪橇上, 雪橇在与水平面成 θ 角的恒定拉力 F 作用下, 沿水平地面向右移动了一段距离 l , 此过程中拉力 F 对雪橇做的功为 ()



- A. $\frac{F}{\cos \theta} l$ B. $\frac{F}{\sin \theta} l$ C. $F l \sin \theta$ D. $F l \cos \theta$

【答案】 D

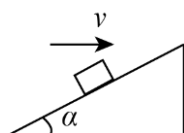
5. 如图所示, 木块 B 上表面是水平的, 当木块 A 置于 B 上, 并与 B 保持相对静止, 一起沿固定的光滑斜面由静止开始下滑, 在下滑过程中 ()



- A. A 所受的合外力对 A 不做功 B. B 对 A 的弹力做正功
C. B 对 A 的摩擦力做正功 D. A 对 B 做正功

【答案】 C

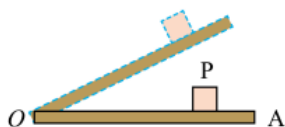
6. 如图所示, 物块放在斜面上一起以速度 v 沿水平方向向右做匀速直线运动, 在通过一段位移的过程中, 下列说法正确的是 ()



- A. 重力对物块做负功 B. 支持力对物块不做功
C. 摩擦力对物块做负功 D. 斜面对物块不做功

【答案】 D

7. 如图所示, 重物 P 放在一长木板 OA 上, 将长木板绕 O 端转过一个小角度的过程中, 重物 P 相对于木板始终保持静止。关于木板对重物 P 的摩擦力和支持力做功的情况正确的是 ()



- A. 摩擦力对重物做负功 B. 支持力对重物做正功
C. 支持力对重物不做功 D. 重力对重物做正功

【答案】 B

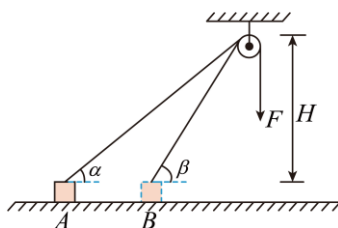
8. 手拿球拍托着乒乓球跑是校运动会的一项常见的趣味项目，如图所示，某段时间内乒乓球相对球拍静止一起水平向右做匀速直线运动，若不计空气阻力，则此过程中（ ）



- A. 乒乓球受到的重力对乒乓球做负功
B. 乒乓球所受合力对乒乓球做正功
C. 球拍对乒乓球的摩擦力做负功
D. 球拍对乒乓球的支持力对乒乓球不做功

【答案】 C

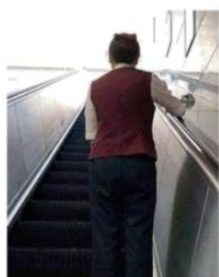
9. 如图所示，在光滑的水平面上，物块在恒力 $F = 50\text{N}$ 作用下从 A 点运动到 B 点，不计滑轮的大小，不计绳、滑轮的质量及绳与滑轮间的摩擦， $H = 1.2\text{m}$ ， $\alpha = 37^\circ$ ， $\beta = 53^\circ$ 。则拉力 F 所做的功为（ ）



- A. 20J
B. 25J
C. 37.5J
D. 60J

【答案】 B

10. 图甲为一女士站在台阶式自动扶梯上匀速上楼，图乙为一男士站立在履带式自动扶梯上匀速上楼。下列关于两人受到的力以及做功情况不正确的是（ ）



甲

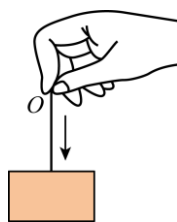


乙

- A. 甲图中支持力对人做正功
B. 甲图中摩擦力对人做负功
C. 乙图中支持力对人不做功
D. 两人受到电梯的作用力的方向相同

【答案】 B

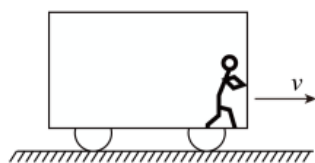
11. 如图所示，若用轻绳拴一物体，使物体以恒定加速度向下做减速运动，则下列说法正确的是（ ）



- A.重力做正功，拉力做负功，合外力做负功
- B.重力做正功，拉力做负功，合外力做正功
- C.重力做正功，拉力做正功，合外力做负功
- D.重力做负功，拉力做负功，合外力做正功

【答案】 A

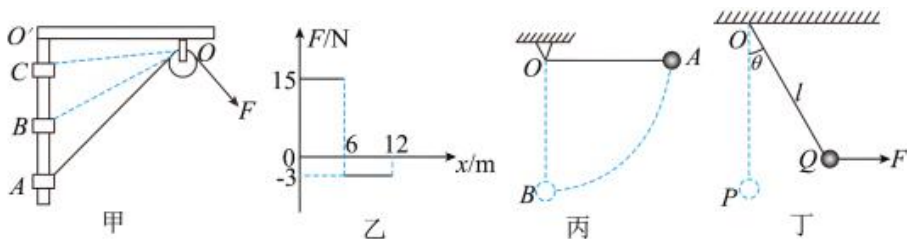
12. 一辆正沿平直路面行驶的车厢内，一个面向车前进方向站立的人对车厢壁施加水平推力 F ，在车前进 s 的过程中，下列说法正确的是()



- A.当车匀速前进时，人对车做的总功为正功
- B.当车减速前进时，人对车做的总功为负功
- C.当车加速前进时，人对车做的总功为负功
- D.不管车如何运动，人对车做的总功都为零

【答案】 C

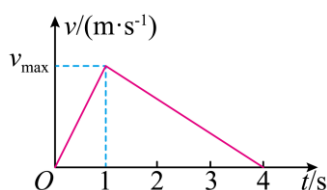
13. 实际问题中，有很多情况是变力在对物体做功。我们需要通过各种方法来求解力所做的功。如图，对于甲、乙、丙、丁四种情况下求解某个力所做的功，下列说法正确的是 ()



- A.甲图中若 F 大小不变，物块从 A 到 C 过程中力 F 做的为 $W = F \cdot |AC|$
- B.乙图中，全过程中 F 做的总功为 72J
- C.丙图中，绳长为 R ，若空气阻力 f 大小不变，小球从 A 运动到 B 过程中空气阻力做的功 $W = \frac{1}{2}\pi Rf$
- D.图丁中， F 始终保持水平，无论是 F 缓慢将小球从 P 拉到 Q ，还是 F 为恒力将小球从 P 拉到 Q ， F 做的功都是 $Fl / \sin \theta$

【答案】 B

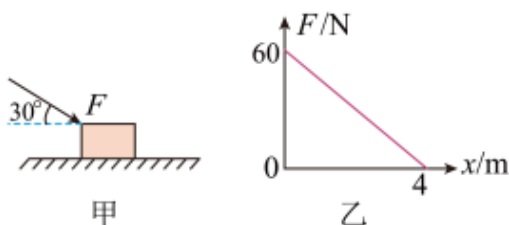
14. 在平直公路上，汽车由静止开始做匀加速直线运动，当速度达到 $v_{\max}$ 后，立即关闭发动机直至静止， $v-t$ 图像如图所示，设汽车的牵引力为 F ，受到的摩擦力为 f ，全程中牵引力做功为 W_1 ，克服摩擦力做功为 W_2 ，则（ ）



- A. $W_1:W_2 = 1:1$ B. $W_1:W_2 = 1:3$ C. $F:f = 3:1$ D. $F:f = 1:3$

【答案】 A

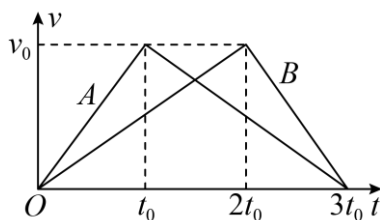
15. 如图甲所示，质量为 5kg 的物体在斜向下、与水平方向成 30° 角的力 F 作用下，沿水平面开始运动，推力大小 F 随位移大小 x 变化的情况如图乙所示，则力 F 所做的功为（ ）



- A. 60J B. 104J C. 120J D. 208J

【答案】 B

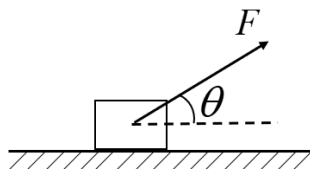
16. 质量分别为 $2m$ 和 m 的 A 、 B 两个物体分别在水平恒力 F_1 和 F_2 的作用下沿水平面运动，撤去 F_1 、 F_2 后受到摩擦力作用减速到静止，其 $v-t$ 图像如图所示。下列说法正确的是（ ）



- A. A 、 B 两个物体受到的摩擦力大小之比为 $1:2$
 B. F_1 、 F_2 大小之比为 $2:1$
 C. F_1 、 F_2 对 A 、 B 两个物体做功之比为 $1:2$
 D. 全过程中摩擦力对 A 、 B 两个物体做功之比为 $1:1$

【答案】 BD

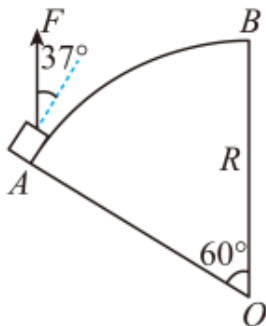
17. 如图所示，质量 $m = 2\text{kg}$ 的物体静止在水平地面上，受到与水平面成 $\theta = 37^\circ$ ，大小 $F = 10\text{N}$ 的拉力作用，物体移动了 $l = 2\text{m}$ ，物体与地面间的动摩擦因数 $\mu = 0.3$ ， $g = 10\text{m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ 。求：



- (1) 拉力 F 所做的功 W_1 。
- (2) 摩擦力 F_f 所做的功 W_2
- (3) 重力 G 所做的功 W_3 。
- (4) 弹力 F_N 所做的功 W_4
- (5) 合力 $F_{\text{合}}$ 所做的功 W

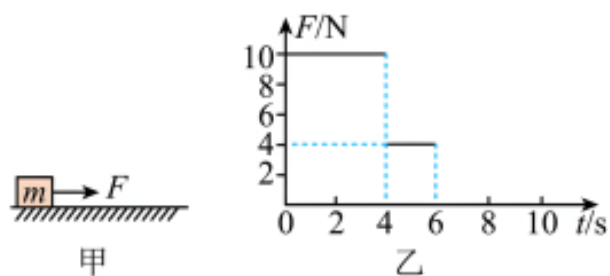
【答案】 (1) 16J (2) -8.4J (3) 0J (4) 0J (5) 7.6J

18. 如图所示，一质量为 $m = 1.0\text{kg}$ 的物体从半径为 $R = 5.0\text{m}$ 的圆弧的 A 端，在拉力作用下沿圆弧缓慢运动到 B 端（圆弧 AB 在竖直平面内）。拉力 F 大小不变，始终为 15N ，方向始终与物体在该点的切线成 37° 角。圆弧所对应的圆心角为 60° ， BO 边在竖直方向上。求这一过程中拉力 F 做的功。（ $\sin 37^\circ = 0.6$ ， $\cos 37^\circ = 0.8$ ， $\pi = 3.14$ ）



【答案】 62.8J

19. 如图甲，质量 $m = 2\text{kg}$ 的物体静止在水平面上，物体跟水平面间的动摩擦因数 $\mu = 0.2$ 。从 $t = 0$ 时刻起，物体受到一个水平力 F 的作用而开始运动， F 随时间 t 变化的规律如图乙，6s 后撤去拉力 F 。（取 $g = 10\text{m/s}^2$ ）求：
- （1）第 4s 末物体的速度；
 - （2）物体在第 4-6 秒内运动的位移
 - （3）物体运动过程中拉力 F 做的功。



【答案】（1）12m/s；（2）24m；（3）336J